



**Частное учреждение высшего образования  
«Институт государственного администрирования»**

---

**Кафедра социально-гуманитарных и естественнонаучных дисциплин**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе

 П.Н. Рузанов

«28» августа 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

**по направлению подготовки  
38.03.01 ЭКОНОМИКА  
профиль «Финансы и кредит»**

**Квалификация – бакалавр  
Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная**

Москва 2023 г.

Рабочая программа по дисциплине «**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**» составлена на основании требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат, № 954 от 12.08.2020, для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 Экономика**.

Составитель

Старший преподаватель

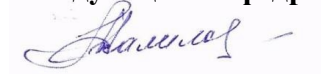
Гаврилычева М.Г.

**РАССМОТРЕНА И ПРИНЯТА**

на заседании кафедры «Социально-гуманитарных  
и естественнонаучных дисциплин»

«23» августа 2023 г., протокол № 1

**Заведующий кафедрой**



Джалилова Н.А.

\_\_\_\_\_  
(подпись)

## **Аннотация**

Рабочая программа дисциплины составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки **38.03.01 Экономика**.

Дисциплина «**Математический анализ**» реализуется в рамках базовой части и является обязательной дисциплиной для обучающихся по очной, очно-заочной, заочной формам обучения.

**Целью** изучения дисциплины «Математический анализ» является обучение студентов основным приемам и методам формализации, анализа и исследования прикладных задач средствами дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных, а также элементам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, используемым как средство описания и моделирования разнообразных, в том числе и экономических процессов.

Основными **задачами** курса являются:

- Формирование представлений о месте математического анализа среди других математических наук, предмете изучения дисциплины, о его связях с другими методами математических исследований, о соотношении категорий непрерывного и дискретного, о вкладе математического анализа в изучении гносеологических и прикладных проблем естествознания. Ознакомление с историей возникновения и становления математического анализа как базовой математической дисциплины.
- Освоение основных разделов дисциплины (теория пределов числовых последовательностей и функций, понятие непрерывности, различные виды скоростей изменения функции на промежутке и в точке, экстремумы функций и методы их исследования, теория интегрирования и её приложения, свойства функций, заданных конечными соотношениями, которые связывают аргумент, функцию и ее производные).
- Формирование базовых представлений о теоретических и практических задачах математического анализа при моделировании технических, биологических, экономических и социальных процессов: формализация, основные допущения и упрощающие предположения, запись определяющих соотношений (уравнений состояния) математической модели, сопоставление с другими моделями и их классификация, понятие иерархии моделей. Понимание ограниченности применения любой модели и необходимости её совершенствования, основываясь на практических наблюдениях и статистическом материале.
- Ознакомление с основными инструментами математического анализа: аналитические, численные и численно-аналитические методы исследования как на бумаге, так и с помощью компьютеров, опираясь на прикладные программы такие как табличный процессор, MS Excel и др.).

## Структура рабочей программы

1. Выписка из ФГОС ВО
2. Выписка из Учебного плана
- 2.1. Трудоёмкость дисциплины
3. Компетенции, закрепленные за дисциплиной  
Планируемые результаты обучения по дисциплине
4. Место дисциплины в структуре образовательной программы
5. Объем дисциплины и виды учебной работы
6. Содержание и структура дисциплины
7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
8. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по дисциплине
  - 8.1. Виды и трудоемкость самостоятельной работы
  - 8.2. Информационно-методические ресурсы самостоятельной работы
  - 8.3. Самостоятельное изучение тем/разделов дисциплины
  - 8.4. Требования к обучающимся в ходе выполнения самостоятельной работы
9. Методические указания к оформлению разных форм отчетности по самостоятельной работе
  - 9.1. Эссе
  - 9.2. Реферат
  - 9.3. Контрольная работа
  - 9.4. Доклад
  - 9.5. Презентация
10. Фонд оценочных средств по дисциплине
  - 10.1. Примерный перечень вопросов к зачёту, экзамену
  - 10.2. Оценивание обучающегося на зачете
11. Основная и дополнительная учебная литература дисциплины
  - 11.1. Основная литература
  - 11.2. Дополнительная литература
12. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
13. Информационные технологии, используемые для осуществления образовательного процесса по дисциплине
  - 13.1. Информационные технологии
  - 13.2. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)
  - 13.3. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы
14. Материально-техническое обеспечение дисциплины

## 1. Выписка из ФГОС ВО

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат, № 954 от 12.08.2020, для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 Экономика.**

## 2. Выписка из Учебного плана

### о трудоемкости дисциплины «Математический анализ»

**2.1. Трудоемкость дисциплины. Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 5 (ЗЕ), 180 ч.**

Виды учебной работы	очная форма обучения	очно-заочная обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины (в часах)	180	180	180
Аудиторная работа (в часах):	84	58	18
Лекции (Л)	42	26	8
Практические занятия (ПЗ)	42	32	10
Самостоятельная работа (СР) (в часах):	69	95	153
Контроль	27	27	9
Форма итогового контроля по дисциплине	экзамен	экзамен	экзамен

**3. Компетенции, закрепленные за дисциплиной. Индикаторы достижения компетенций. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	РОЗ -УК-1.1: - знать состав, структуру требуемых данных и информации, процессы их сбора, обработки и интерпретации; различные варианты решения задачи
	УК-1.2. Осуществляет поиск информации для решения, поставленной задачи по различным типам запросов	РОУ -УК-1.2: - уметь анализировать задачи, выделяя их базовые составляющие; осуществлять декомпозицию задачи; находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи; грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности
	УК-1.3. Анализирует пути решения проблем мировоззренческого, нравственного и личностного характера на основе	РОВ -УК-1.3: - владеть оценкой практических последствий возможных решений задачи

	использования основных философских идей и категорий в их историческом развитии и социально-культурном контексте	
<b>УК-10</b> Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10.1. Анализирует экономические решения в различных областях жизнедеятельности	РОЗ -УК-10.1: - знать базовые экономические решения в различных областях жизнедеятельности
	УК-10.2. Участвует в обосновании экономических решений	РОУ -УК-10.2: - уметь принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности
	УК-10.3. Принимает обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	РОВ -УК-10.3: - владеть способностью принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

#### **4. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Б1.О.7. Дисциплина «**Математический анализ**» реализуется в рамках обязательной части учебного плана подготовки бакалавра для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и кредит»** очной, заочной, очно-заочной форм обучения.

#### **5. Объем дисциплины и виды учебной работы:**

<b>Виды учебной работы</b>	<b>очная форма обучения</b>	<b>очно-заочная форма обучения</b>	<b>заочная форма обучения</b>
Общая трудоемкость дисциплины (в часах)	180	180	180
Аудиторная работа (в часах):	84	58	18
Лекции (Л)	42	26	8
Практические занятия (ПЗ)	42	32	10
Самостоятельная работа (СР) (в часах):	69	95	153
Контроль	27	27	9
Форма итогового контроля по дисциплине	экзамен	экзамен	экзамен

#### **6. Содержание и структура дисциплины:**

Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам) с указанием

отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий

### Очная форма обучения

Наименование разделов (включая темы)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)					Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во часов	Контактная работа			СР		
		Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	20	12	6	6	8	Опрос, типовые задания, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	18	10	6	6	8	Опрос, типовые задания, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	18	10	6	6	8	Опрос, типовые задания, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	18	10	4	4	8	Опрос, типовые задания, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 10. Функции многих переменных.	18	10	4	4	8	Опрос, типовые задания, контрольные	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-

Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.						задания, презентации по выбору обучающегося)	1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	16	8	4	4	8	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 13. Безусловный экстремум функции.	15	8	4	4	7	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n-го порядка.	15	8	4	4	7	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	15	8	4	4	7	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Экзамен	27	-	-	-	-		
<b>Всего по курсу часов:</b>	<b>180</b>	<b>84</b>	<b>42</b>	<b>42</b>	<b>69</b>		

**Очно-заочная форма обучения**



Наименование разделов (включая темы)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)					Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во часов	Контактная работа			СР		
		Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	19	8	4	4	11	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВО -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВО -УК-10.3
Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	19	8	4	4	11	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВО -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВО -УК-10.3
Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	19	8	4	4	11	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВО -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВО -УК-10.3
Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	19	8	4	4	11	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВО -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВО -УК-10.3
Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	17	6	2	4	11	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВО -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВО -УК-10.3

Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	16	6	2	4	10	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 13. Безусловный экстремум функции.	14	4	2	2	10	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n-го порядка.	16	6	2	4	10	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	14	4	2	2	10	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Экзамен	27	-	-	-	-		
<b>Всего по курсу часов:</b>	<b>180</b>	<b>58</b>	<b>26</b>	<b>32</b>	<b>95</b>		

### Заочная форма обучения

Наименование разделов (включая темы)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)					Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во часов	Контактная работа			СР		
		Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	19	2	2	-	17	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ-УК-1.1, РОУ-УК-1.2, РОВ-УК-1.3, РОЗ-УК-10.1, РОУ-УК-10.2, РОВ-УК-10.3
Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы	19	2	-	2	17	Опрос, типовые задачи, контрольные за-	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3,

функции от одной переменной.						дания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	19	2	-	2	17	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ-УК-1.1, РОУ-УК-1.2, РОВ-УК-1.3, РОЗ-УК-10.1, РОУ-УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	19	2	-	2	17	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ-УК-1.1, РОУ-УК-1.2, РОВ-УК-1.3, РОЗ-УК-10.1, РОУ-УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	19	2	2	-	17	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ-УК-1.1, РОУ-УК-1.2, РОВ-УК-1.3, РОЗ-УК-10.1, РОУ-УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	19	2	-	2	17	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ-УК-1.1, РОУ-УК-1.2, РОВ-УК-1.3, РОЗ-УК-10.1, РОУ-УК-10.2, РОВ-УК-10.3
Тема 13. Безусловный экстремум функции.	19	2	2	-	17	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ-УК-1.1, РОУ-УК-1.2, РОВ-УК-1.3, РОЗ-УК-10.1, РОУ-УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) $n$ -го порядка.	19	2	-	2	17	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ-УК-1.1, РОУ-УК-1.2, РОВ-УК-1.3, РОЗ-УК-10.1, РОУ-УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными	19	2	2	-	17	Опрос, типовые задачи,	РОЗ-УК-1.1, РОУ-УК-1.2, РОВ-УК-1.3,

коэффициентами.						контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ-УК-10.1, РОУ-УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Экзамен	9	-	-				
<b>Всего по курсу часов:</b>	<b>180</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>153</b>		

## Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

### Математический анализ функций одной переменной

#### Тема 1. Теория пределов.

Числовая последовательность и предел числовой последовательности. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Второй замечательный предел. Число  $e$  – основание натуральных логарифмов. Элементарные функции. Предел функции, определение и свойства. Первый и второй замечательный предел. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Техника вычисления пределов функций.

#### Перечень вопросов для обсуждения:

1. Элементарные приемы раскрытия неопределенностей вида  $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$  и  $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$ .
2. Использование второго замечательного предела.
3. Числовые ряды. Частичная сумма ряда.
4. Признаки сходимости числового ряда. Суммирование числового ряда.
3. Непрерывные функции. Разрывные функции. Точки разрыва и их классификация.
4. Свойства функции, непрерывной на отрезке. Использование непрерывности функций в практических задачах.

*Цели обсуждения:* освоить понятие числовой последовательности и предел числовой последовательности; освоить ключевое понятие математического анализа – предел функции.

#### Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Понятие производной функции, её геометрический и физический смысл. Таблица производных. Правила дифференцирования.

#### Перечень вопросов для обсуждения:

1. Вычисление производных с использованием таблицы производных и правил дифференцирования.
2. Дифференциал функции. Производная сложной и обратной функций.
3. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа.
4. Признаки возрастания и убывания функций.

*Цели обсуждения:* обучение навыкам дифференцирования функций.

#### Тема 3. Формула Тейлора.

Производные и дифференциалы 2-го и более высокого порядка. Физический смысл производной второго порядка. Правило Лопиталья. Сравнительная скорость роста показательной, логарифмической и степенной функций. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Остаточный член и его формы.

***Перечень вопросов для обсуждения:***

1. Понятие производной  $n - 20$  порядка.
2. Высшие производные некоторых функций.
3. Дифференциалы высших порядков.
4. Вычисление коэффициентов ряда Тейлора.
5. Степенные ряды простейших элементарных функций.
6. Интервал сходимости степенного ряда. Признаки сходимости.
7. Формула Тейлора и направление выпуклости графика функции.
8. Точки перегиба.

*Цели обсуждения:* освоение универсального инструмента для исследования функций – формулы Тейлора.

***Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.***

Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Описание множества точек, подозрительных на экстремум. Достаточные условия экстремума по смене знака первой производной. Достаточные условия экстремума по высшим производным.

***Перечень вопросов для обсуждения:***

1. Выделение точек, подозрительных на экстремум функции.
2. Применение достаточных условий экстремума по первой производной.
3. Применение достаточных условий экстремума по высшим производным.

*Цели обсуждения:* научиться находить точки экстремума функций и определять тип экстремума.

***Тема 5. Исследование функций и построение графиков.***

Порядок построения графика функции. Особые точки на графике. Асимптоты графика функции.

***Перечень вопросов для обсуждения:***

1. Определить область существования этой функции и исследовать поведение функции в граничных точках последней;
2. Выяснить симметрию графика и периодичность;
3. Найти точки разрыва функции и промежутки непрерывности;
4. Определить нули функции и области постоянства знака;
5. Найти точки экстремума и выяснить промежутки возрастания и убывания функции;
6. Определить точки перегиба и установить промежутки вогнутости и выпуклости;
7. Найти асимптоты в случае их существования.

*Цели обсуждения:* развитие навыков построения графиков функций по характерным точкам, обучение технике построения графика функции.

***Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.***

Определение и свойства неопределённого интеграла. Таблица первообразных. Приёмы вычисления первообразных непосредственным интегрированием, подстановкой и по частям.

***Перечень вопросов для обсуждения:***

1. Использование таблицы первообразных.
2. Элементарные приёмы интегрирования.

3. Применение методов интегрирования подстановкой и по частям.

*Цели обсуждения:* освоение понятия неопределённого интеграла и простейших приёмов интегрирования.

**Тема 7. Интегрирование рациональных функций.**

Вычисление неопределённого интеграла  $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$  Интегрирование рациональных функций с помощью разложения в сумму простейших дробей. Приём разложения дроби на простейшие, когда знаменатель – произведение простых биномов.

**Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Представление рациональных функций в виде суммы простейших дробей.
2. Интегрирование простейших дробей.

*Цели обсуждения:* освоение метода разложения на простейшие дроби для вычисления интегралов от рациональных функций.

**Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции.**

Подстановки Эйлера. Рационализация тригонометрических выражений и выражений, содержащих степени с рациональными показателями.

**Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Вычисление интегралов вида  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$  с помощью подстановок Эйлера.
2. Использование рационализирующих подстановок в виде тангенса половинного угла.
3. Подстановки, рационализирующие иррациональные выражения.

4. Вычисление интегралов вида  $\int R(x, x^{\frac{r}{k}}, \dots, x^{\frac{m}{n}}) dx$ .

*Цели обсуждения:* изучить рационализирующие подстановки.

**Тема 9. Определённый интеграл.**

Определённый интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Некоторые приложения определённого интеграла.

**Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Вычисление определённого интеграла, исходя из его свойства как площади криволинейной трапеции со знаком.
2. Непосредственные применения формулы Ньютона-Лейбница.
3. Замена переменной в определённом интеграле.
4. Формула интегрирования по частям в определённом интеграле.
5. Вычисление работы силы, длины пройденного телом пути.
6. Вычисление площади криволинейной трапеции.
7. Вычисление объёма тел вращения.
8. Понятие о несобственных интегралах.

*Цели обсуждения:* освоить понятие определённого интеграла, его геометрический смысл и физические приложения.

**Математический анализ функций нескольких переменных**

**Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов.**

Множество допустимых значений аргументов и множество значений функции. Открытые и замкнутые множества на плоскости и в пространстве. Их свойства. Линии уровня и их применение для решения простейших задач на экстремум. Определение предела функции двух переменных. Предел функции по направлению. Определение непрерывности функции. Свойства непрерывной функции, заданной на компактном множестве.

***Перечень вопросов для обсуждения:***

1. Примеры поверхностей, изображаемых функциями двух переменных.
2. Представление области определения функции двух переменных на плоскости.
3. Построение линий уровня и их использование.
4. Вычисление пределов функции двух переменных.
5. Непрерывность функции, свойства и применения.

*Цели обсуждения:* освоить основные понятия многомерного анализа.

***Тема 11. Частные производные первого порядка.***

Частные производные первого порядка функции нескольких переменных. Условие дифференцируемости функции в точке. Дифференцирование сложной функции. Дифференциал функции.

***Перечень вопросов для обсуждения:***

1. Правила вычисления частных производных первого порядка функции нескольких переменных.
2. Производные сложной функции.
3. Дифференцирование функции по направлению.
4. Градиент функции. Направления наибольшего возрастания и убывания функции.
5. Дифференциал.
6. Дифференцирование сложной функции с помощью дифференциала.

*Цели обсуждения:* научиться и закрепить навыки дифференцирования функций нескольких переменных.

***Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.***

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных 2-го порядка. Правила вычисления высших дифференциалов функции. Формула Тейлора для функции двух переменных.

***Перечень вопросов для обсуждения:***

1. Вычисление частных производных второго порядка.
2. Вычисление дифференциалов 2-го порядка.
3. Квадратичная форма дифференциала 2-го порядка.
4. Определение положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.
5. Критерий Сильвестра положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.
6. Формула Тейлора.

*Цели обсуждения:* освоить навыки вычисления частных производных высших порядков и формулы Тейлора, как инструмента для исследования функций на экстремум.

### **Тема 13. Безусловный экстремум функции.**

Локальный минимум функции и локальный максимум. Безусловный экстремум. Необходимые и достаточные условия локального экстремума для функции 2-х переменных.

#### **Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Отыскание точек подозрительных на экстремум (использование необходимых условий экстремума).
2. Использование достаточных условий экстремума функции.

*Цели обсуждения:* научиться находить безусловные экстремумы функций нескольких переменных.

#### **Классическая задача математического программирования.**

Метод множителей Лагранжа, его модификация. Необходимые и достаточные условия экстремума функции с ограничениями-равенствами.

#### **Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Составление функции Лагранжа.
2. Представление необходимых условий экстремума с помощью функции Лагранжа.
3. Поиск точек подозрительных на экстремум.
4. Проверка достаточные условия экстремума целевой функции, когда существует экстремум функции Лагранжа.
5. Проверка достаточные условия экстремума целевой функции, когда не существует экстремум функции Лагранжа.

*Цели обсуждения:* освоить технику решения задач на условный экстремум.

### **Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) $n$ -го порядка.**

Примеры из физики и экономики. Нормальная форма ОДУ  $n$ -го порядка, разрешённого относительно старшей производной. ОДУ 1-го порядка  $y' = f(x, y)$ . Его общее и частное решения. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особое решение задачи Коши.

#### **Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Решение однородных ОДУ 1-го порядка с разделяющимися переменными.
2. Решение задачи Коши.
3. Линейное ОДУ 1-го порядка.
4. Решение неоднородных ОДУ 1-го порядка методом вариации произвольной постоянной.
5. Уравнение Бернулли.
6. Уравнение Риккатти.

*Цели обсуждения:* овладение навыками решения ОДУ с разделяющимися переменными.

#### **Общая теория линейного ОДУ $n$ -го порядка.**

*Содержание лекции.* Теорема: множество решений линейного ОДУ  $n$ -го порядка образуют линейное векторное подпространство размерности  $n$ . Формула Лиувилля. Фундаментальная система решений задачи Коши.

#### **Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Исследование системы функций на линейную зависимость с помощью детерминанта Вронского.



2. Построение дифференциального уравнения по фундаментальной системе решений.

3. Нахождение общего решения уравнения второго порядка (у которого известно одно частное решение) с помощью формулы Лиувилля.

*Цели обсуждения:* углубить знания о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений.

**Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.**

Вид общего решения в зависимости от знака дискриминанта характеристического уравнения. Линейное неоднородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

**Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Составление характеристического уравнения.

2. Запись общего решения в зависимости от знака его дискриминанта.

*Цели обсуждения:* научиться решать ОДУ указанного вида в общем случае.

**Линейное неоднородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.**

Структура частного решения. Метод неопределенных коэффициентов.

**Перечень вопросов для обсуждения:**

1. Структура частного решения.

2. Метод неопределенных коэффициентов.

*Цели обсуждения:* изучить структуру частного решения ОДУ указанного вида и научиться применять метод неопределенных коэффициентов.

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Обучение по дисциплине «**Математический анализ**» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических (семинарских). Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Для успешного освоения содержания дисциплины и достижения поставленных целей необходимо познакомиться со следующими документами: выпиской из Учебного плана по данной дисциплине, основными положениями рабочей программы дисциплины, календарным учебно-тематическим планом дисциплины. Данный материал может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует данные локальной информационно-библиотечной системы Института.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в локальной информационно-библиотечной системе Института, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

При подготовке к аудиторным занятиям необходимо помнить особенности каждой формы его проведения.

### **1.1. Подготовка к лекции**

С целью обеспечения успешного обучения обучающийся должен готовиться к лекции, поскольку она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

1. знакомит с новым учебным материалом;

2. разъясняет учебные элементы, трудные для понимания;

3. систематизирует учебный материал;
4. ориентирует в учебном процессе.

С этой целью:

1. внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;
2. ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям с темой прочитанной лекции;
3. внесите дополнения к полученным ранее знаниям по теме лекции на полях лекционной тетради;
4. запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции по материалу изученной лекции;
5. постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей подготовке;
6. узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора) и запишите информацию, которой вы владеете по данному вопросу.

## **1.2. Подготовка к практическому или семинарскому занятию**

### **Подготовка к практическим занятиям**

При подготовке и работе во время проведения практических занятий следует обратить внимание на следующие моменты: на процесс предварительной подготовки, на работу во время занятия, обработку полученных результатов, исправление полученных замечаний.

*Предварительная подготовка к практическому* заключается в изучении теоретического материала в отведенное для самостоятельной работы время, ознакомление с инструктивными материалами с целью осознания задач лабораторной работы/практического занятия, техники безопасности при работе с приборами, веществами.

*Работа во время проведения практического занятия* включает несколько моментов:

1. консультирование обучающихся преподавателями и вспомогательным персоналом с целью предоставления исчерпывающей информации, необходимой для самостоятельного выполнения предложенных преподавателем задач, ознакомление с правилами техники безопасности при работе в лаборатории;
2. самостоятельное выполнение заданий согласно обозначенной учебной программой тематики.

*Обработка, обобщение* полученных результатов лабораторной работы проводится обучающимися самостоятельно или под руководством преподавателя (в зависимости от степени сложности поставленных задач). В результате оформляется индивидуальный отчет. Подготовленная к сдаче на контроль и оценку работа сдается преподавателю. Форма отчетности может быть письменная, устная или две одновременно. Главным результатом в данном случае служит получение положительной оценки по каждой практическому занятию. Это является необходимым условием при проведении рубежного контроля и допуска к зачёту. При получении неудовлетворительных результатов обучающийся имеет право в дополнительное время передать преподавателю работу до проведения промежуточной аттестации.

### **Подготовка к семинарским занятиям**

Следует разумно организовывать работу по подготовке к семинарскому занятию. К теме каждого семинара даётся определённый план, состоящий из нескольких вопросов, рекомендуется список литературы, в том числе, и обязательной. Работу следует организовать в такой последовательности:

1. прочтение рекомендованных глав из различных учебников;
2. ознакомление с остальной рекомендованной литературой из обязательного списка;
3. чтение и анализ каждого источника (документа).

Прежде всего, следует ознакомиться с методическими указаниями к каждому семинару.

При работе с каждым документом надо ответить для себя на следующие вопросы:

4. Кто автор документа?
5. Какое место эти авторы занимали в обществе?
6. Как мы должны относиться к его свидетельствам, какой ракурс оценки событий он представлял?
7. Каковы причины различного отношения современников к событиям?
8. Следует уяснить значение тех архаичных и незнакомых терминов, что встречаются в тексте.

Выводы из анализа документа должны делаться самостоятельно: хотя в исторической науке не следует пренебрегать авторитетом знаменитых авторов, но следует помнить, что не все научные положения являются бесспорной истиной. Критическое отношение (конечно, обдуманное) является обязательным элементом научной аналитической работы.

Подготовьте ответы на каждый вопрос плана. Каждое положение ответа подтверждается (если форма семинара это предусматривает) выдержкой из документа. Подготовку следует отразить в виде плана в специальной тетради подготовки к семинарам.

Следует продумать ответы на так называемые «проблемно-логические» задания. Каждое из этих заданий связано с работой по сравнению различных исторических явлений, обоснованием какого-либо тезиса, раскрытием содержания определённого понятия. Их следует продумать, а те, которые указаны преподавателем, можно выполнить как краткую письменную работу на одной - двух тетрадных страничках.

Если преподавателем поручено подготовить доклад или сообщение по какой-то указанной теме, то он готовится и в письменной и в устной форме (в расчете на 5-7 минут сообщения). После этого он должен быть на семинаре обсуждён на предмет полноты, глубины раскрытия темы, самостоятельности выводов, логики развития мысли.

На семинарском занятии приветствуется любая форма вовлечённости: участие в обсуждении, дополнения, критика - всё, что помогает более полному и ясному пониманию проблемы.

Результаты работы на семинаре преподаватель оценивает и учитывает в ходе проведения рубежного контроля и промежуточной аттестации.

## **8. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по дисциплине.**

### **8.1. Виды самостоятельной работы:**

**Очная, очно-заочная, заочная формы обучения:**

<b>Вид самостоятельной работы</b>
Подготовка курсовой работы (по Учебному плану не предусмотрена)
Подготовка к текущим рубежным рейтингам

<b>Вид самостоятельной работы</b>
Подготовка к практическим или семинарским занятиям
Подготовка домашнего задания (подготовка сообщений, докладов, презентаций, решение задач и т.д.)
Проработка и повторение лекционного материала, материала учебников и учебных пособий
Работа с научной литературой
Самостоятельное изучение тем дисциплины
Прочие виды самостоятельной работы

## **8.2. Информационно-методические ресурсы самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся является важной составной частью учебной работы и имеет целью закрепления и углубления полученных знаний и навыков. Она состоит из непрерывной работы студентов по самостоятельному изучению отдельных тем курса и выполнению текущих контрольных работ, которые имеют целью развитие и закрепления навыков решения задач линейной математического анализа.

Для самостоятельного изучения теоретического материала рекомендуется использовать лекции и литературу, указанную в разделе 11. На каждом практическом занятии даётся домашнее задание, которое требуется выполнять к следующему занятию (в том числе и к следующей лекции). Это способствует своевременному освоению, как теоретического материала, так и освоению практических методов решения задач. Часть теоретического материала, также как и домашнее задание, высылается на электронную почту группы. Многие задачи рекомендуется решать из задачников, рекомендованных в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений.

<b>№</b>	<b>Вид СР</b>	<b>Наименование темы</b>
1.	Подготовка к практическим или семинарским занятиям	Темы и планы семинарских занятий указаны в пункте <b>7</b>
2.	Подготовка домашнего задания (подготовка сообщений, докладов, презентаций, решение задач и т.д.)	Темы докладов, рефератов, презентаций указаны в пункте <b>9</b>
3.	Работа с научной литературой	Список литературы представлен в пункте <b>11</b>
4.	Самостоятельное изучение тем дисциплины	Темы для самостоятельного изучения указаны в пункте <b>8.3.</b>

## **8.3. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

Основу работы при самостоятельном изучении разделов дисциплины составляет работа с учебной и научной литературой, с Интернет-ресурсами.

Последовательность действий, которых целесообразно придерживаться при работе с литературой:

1. Сначала прочитать весь текст в быстром темпе. Цель такого чтения заключается в том, чтобы создать общее представление об изучаемом (не запоминать, а понять общий смысл прочитанного).

2. Затем прочитать вторично, более медленно, чтобы в ходе чтения понять и запомнить смысл каждой фразы, каждого положения и вопроса в целом.

3. Чтение желательно сопровождать записями. Это может быть составление плана прочитанного текста, тезисы или выписки, конспектирование и др. Выбор вида записи зависит от характера изучаемого материала и целей работы с ним. Если содержание материала несложное, легко усваиваемое, можно ограничиться составлением плана. Если материал содержит новую и трудно усваиваемую информацию, целесообразно его законспектировать. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

*Конспект* – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

*План* - это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Различаются четыре типа конспектов.

*План-конспект* - это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.

*Текстуальный конспект* - это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.

*Свободный конспект* - это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.

*Тематический конспект* - составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

В процессе изучения материала источника, составления конспекта нужно обязательно применять различные выделения, подзаголовки, создавая блочную структуру конспекта. Это делает конспект легко воспринимаемым, удобным для работы.

### Очная форма обучения:

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
1.	Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчис-	10 часов

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
	ление функций одной переменной.	(преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
2.	Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	10 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
3.	Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	10 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
4.	Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	14 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
5.	Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	14 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
6.	Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	12 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
7.	Тема 13. Безусловный экстремум функции.	12 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
8.	Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) $n$ -го порядка.	12 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
9.	Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	11 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обу-

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
		чающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
<b>ИТОГО</b>		<b>105</b>

**Очно-заочная форма обучения:**

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
1.	Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
2.	Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.
3.	Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.
4.	Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.
5.	Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.
6.	Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.
7.	Тема 13. Безусловный экстремум функции.	Тема 13. Безусловный экстремум функции.
8.	Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n-го порядка.	Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n-го порядка.
9.	Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
<b>ИТОГО</b>		<b>143</b>

### Заочная форма обучения:

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
1.	Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
2.	Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
3.	Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
4.	Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
5.	Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
6.	Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	26 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
7.	Тема 13. Безусловный экстремум функции.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
8.	Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) $n$ -го порядка.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно



№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
		свою работу по мере сложности)
9.	Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	25 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
<b>ИТОГО</b>		<b>219</b>

#### **8.4. Требования к обучающимся в ходе выполнения самостоятельной работы**

Обучающийся должен быть готов к регулярной самостоятельной образовательной деятельности, а именно:

1. К освоению новых технологий, новых систем знаний;
2. К самостоятельному планированию, проектированию и внедрению новшеств;
3. К самообразованию (самостоятельно и охотно приобретать недостающие знания из разных источников);
4. К развитию у себя исследовательских умений (умения выявления проблем, сбора информации, наблюдения, проведения экспериментов, анализа, построения гипотез, обобщения);
5. К развитию системного мышления;
6. К самооценке своего образовательного результата.

#### **9. Методические указания к оформлению разных форм отчетности по самостоятельной работе**

##### **9.1. Эссе**

Написание эссе – это вариант творческой работы, в которой должна быть выражена позиция автора по избранной теме.

Эссе – прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции, трактующее тему и представляющее попытку передать индивидуальные впечатления и соображения, так или иначе, с ней связанные.

##### **Алгоритм выполнения задания:**

1. Выбрать тему эссе, если она не задана изначально.
2. Сформулировать предмет анализа в эссе или исходные тезисы.
3. Правильно подобрать и эффективно использовать необходимые источники (желательно, чтобы в их число входили первоисточники).
4. Критически проанализировать различные факты и оценить их интерпретацию.
5. Сформулировать собственные суждения и оценки, основанные на свидетельствах и тщательном изучении источника.

Эссе должно включать следующие части, отвечающие определенным требованиям:

1. Краткое содержание, в котором необходимо:

- 1.1. четко определить тему и предмет исследования или основные тезисы;
- 1.2. кратко описать структуру и логику развития материала;
- 1.3. сформулировать основные выводы.
2. Основная часть эссе содержит основные положения и аргументацию.
3. Заключение, в котором следует:
  - 3.1. четко выделить результаты исследования и полученные выводы;
  - 3.2. обозначить вопросы, которые не были решены, и новые вопросы, появившиеся в процессе исследования.
4. Библиография.

При оформлении работы необходимо придерживаться требований к написанию курсовой работы.

## 9.2. Реферат

Реферат – форма научно-исследовательской деятельности, направленная на развитие научного мышления, на формирование познавательной деятельности по предмету через комплекс взаимосвязанных методов исследования, на самообразование и творческую деятельность.

Какие **задачи решает** данная форма научно-исследовательской деятельности?

1. Расширяет знания по общим и частным вопросам предмета.
2. Способствует формированию умений и навыков самостоятельной исследовательской работы; закладывает базу для научного исследования в профессиональной области и т.д.

3. Содействует формированию библиографических знаний и умений.

4. Формирует навык оформления научных работ.

Какие можно выделить **этапы и методы исследования** в разработке темы?

5. Изучение литературы по теме.
6. Обоснование актуальности темы.
7. Подбор материала для написания основной части реферата.
8. Выделение вопросов, предлагаемых для эмпирического исследования.
9. Подбор иллюстративного материала по теме реферата (если требует необходимость исследования).
10. Определение результатов исследования.

Рефераты могут носить как теоретический, так и практический характер.

Какие возможно предложить рекомендации при **защите реферата**?

11. Время, отведённое на защиту реферата не должно превышать 15 минут. Сюда входит не только изложение информации аттестуемым, но и вопросы, задаваемые выступающим.

12. Выступление заключается в изложении следующих моментов: актуальности темы, основные теоретические выкладки, выводы по работе. Выступление должно сопровождаться наглядным материалом (презентация).

**Оценивается** работа по следующим критериям:

1. Актуальность темы исследования.
2. Характер изложения материала: научность, доступность, последовательность, язык изложения, вызывает ли интерес, прочитанный материал и т.д.
3. Наличие графических работ, их качество (если требует необходимость исследования).
4. Наличие иллюстративного материала, его соответствие тематике исследования (если требует необходимость исследования).

5. Оформление работы.

6. Качество защиты: знание материала, использование наглядных пособий, ответы на вопросы.

**Методические рекомендации** к подготовке и оформлению рефератов.

1. Приступая к выполнению работы необходимо внимательно ознакомиться с предлагаемой тематикой. Исходя из собственных интересов, наличия литературы или возможности получить ее в библиотеке, обучающийся должен выбрать для работы одну из рекомендуемых тем.

2. Работая с библиографическими источниками, следует помнить, что почти во всех книгах имеется список литературы, который дает представление о наиболее значимых работах в соответствующей научной отрасли. Это облегчат целенаправленный поиск литературы. Приемлемым количеством литературных источников можно считать 10 книг. Главное для автора – показать, что он знаком с важнейшими работами по данному вопросу и сумел на их основе всесторонне раскрыть тему.

3. Просмотрев основную литературу, составляете план работы.

4. Далее приступаете к написанию черновика работы. Работу с литературными источниками необходимо проводить в форме конспектирования текста своими словами, а не переписыванием его. Конспект лучше делать на небольших листах бумаги и на один лист писать только те материалы, которые относятся к одному пункту плана. По вопросам, которые вызывают затруднения необходимо проводить индивидуальную консультацию с преподавателем. Отработав тщательно черновик, приступаете к оформлению работы на чисто.

5. Работа не должна быть объемной (15 печатных страниц). При оформлении работы необходимо придерживаться требований к написанию курсовой работы.

### 9.3. Контрольная работа.

#### Примеры типовых вариантов контрольных работ

#### Варианты контрольной работы № 1

**Задача № 1.** Вычислить предел.

1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + \sqrt{x^3 + 2}}{x^2 - x + 1}$	4	$\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{1}{x+4} + \frac{8}{x^2 - 16} \right)$
2	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$	5	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\operatorname{tg} x - 1}$
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 + 2x}$	6	$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 - 2x}$

**Задача № 2.** Исследовать функцию:

1. Определить область существования этой функции и исследовать поведение функции в граничных точках последней;
2. Выяснить симметрию графика и периодичность;

3. Найти точки разрыва функции и промежутки непрерывности;
4. Определить нули функции и области постоянства знака;
5. Найти точки экстремума и выяснить промежутки возрастания и убывания функции;
6. Определить точки перегиба и установить промежутки вогнутости и выпуклости;
7. Найти асимптоты в случае их существования;
8. Указать те или иные особенности графика;
9. Построить график функции.

1	$y = x^2 \cdot e^{-x^2}$	4	$y = e^x - e^{-2x}$
2	$y = \sqrt[3]{x-1}$	5	$y = (2x-1)/(x-1)^2$
3	$y = (3x+6)e^{x/3}$	6	$y = x^2 e^{-x}$

### Варианты контрольной работы № 2

#### Задача № 1. Вычислить интегралы

1	$\int x^2 \sqrt[5]{x^3 - 8} dx$ $\int \frac{(\arctg x)^{100}}{1+x^2} dx$	3	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}}$ $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
2	$\int \sqrt{3 + \cos 5x} \sin 5x dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{25-4x^2}}$	4	$\int \frac{dx}{\sqrt{3+2x^2}}$ $\int \frac{\arcsin x + x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

#### Задача № 2. Вычислить интегралы

1	$\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$	3	$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \cos x}$
2	$\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$	4	$\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

#### Задача № 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

1	$y = x^2, y = \sqrt{x}$	3	$y^2 = 4x, x = 5$
			$y =  x  + 1, y = 0, x = -2, x = 1$

2	$xy = 4, x = 4, y = 4, x = 0, y = 0$	4	
---	--------------------------------------	---	--

## Примеры типовых вариантов контрольных работ № 2

### Варианты контрольной работы № 1

**Задача № 1.** Найти экстремумы функции  $z = x^2 y^2 + y^3 - 12 y$ .

**Задача № 2.** Найти условные экстремумы функции  $u = 5 - 3x - 4y$   
относительно заданного уравнения связи  $x^2 + y^2 = 25$ .

**Задача № 1.** Найти экстремумы функции

$$z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}, \quad (x > 0, y > 0).$$

**Задача № 2.** Найти расстояние от начала координат до кривой

$$7x^2 - 6xy + 7y^2 = 8.$$

Задача сводится к нахождению точки условного минимума функции

$$u = \frac{1}{2} (x^2 + y^2).$$

Объясните, почему!

**Задача № 1.** Найти экстремумы функции  $z = e^{x^2-y} (5 - 2x + y)$ .

**Задача № 2.** Найти условные экстремумы функции  $u = 1 - 4x - 8y$   
относительно заданного уравнения связи  $x^2 - 8y^2 = 8$ .

### Варианты контрольная работа № 2

**Задача № 1.** Решить задачу Коши:

1	$y' = \operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tgy},$	$y(\pi/4) = \pi/4.$
2	$xy' - y = 0,$	$y(1) = 1.$
3	$yy' + x = 0,$	$y(1) = 0.$
4	$(1+y^2)dx + (1+x^2)dy = 0,$	$y(1) = 0.$
5	$(1+x^2)dy - 2xydx = 0,$	$y(1) = 2.$
6	$2y'\sqrt{x} = y,$	$y(4) = 1.$
7	$xy' = y/\ln x,$	$y(e) = 1.$

8	$x^2 y' + y = 0,$	$y(1) = 1.$
9	$y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x,$	$y(\pi/4) = 1/2.$
10	$x^2 y' + y^2 = 0,$	$y(-1) = 1.$

**Задача № 2.** Найти общее решение уравнения.

- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| 1. $y'' - 5y' - 6y = 0;$  | 7. $y'' + 4y = 0;$        |
| 2. $y'' + 9y = 0;$        | 8. $y'' + 4y' + 5y = 0;$  |
| 3. $y'' + 6y' + 25y = 0;$ | 9. $y'' + y = 0;$         |
| 4. $y'' - 3y' + 2y = 0;$  | 10. $y'' + 4y' + 4y = 0;$ |
| 5. $y'' - 4y' + 3y = 0;$  | 11. $y'' - y = 0;$        |
| 6. $y'' - 6y' + 9y = 0;$  | 12. $y'' + 4y' + 5y = 0;$ |

**Задача № 3.** Найти общее решение уравнения.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $y'' + 4y = 1 - 3x;$                 | 4. $y'' + 2y' - 8y = (12x + 20)e^{2x};$    |
| 2. $y'' + y = \sin 2x;$                 | 5. $y'' + 4y = 12 \cos 2x;$                |
| 3. $y'' - 2y' + y = \sin x + 2 \cos x;$ | 6. $y'' - 4y' + 5y = 2 \cos x + 6 \sin x;$ |

#### 9.4. Доклад

Доклад – это вид самостоятельной работы, заключающийся в разработке обучающимися темы на основе изучения литературы и развернутом публичном сообщении по данной проблеме.

Отличительными признаками доклада являются:

1. передача в устной форме информации;
2. публичный характер выступления; – стилевая однородность доклада;
3. четкие формулировки и сотрудничество докладчика и аудитории;
4. умение в сжатой форме изложить ключевые положения исследуемого вопроса и сделать выводы.

В ходе самостоятельной подготовки к семинарским занятиям, особенно по гуманитарным дисциплинам, обучающимся может использоваться, к примеру, так называемый метод контрфактического моделирования событий, который научит их самостоятельно рассуждать о минувших, а также современных событиях, покажет мотивы принятия людьми решений, причины совершенных ошибок. Такая работа, в процессе которой приходится сравнивать, сопоставлять, выявлять логические связи и отношения, применять методы анализа и синтеза, позволит успешно в дальнейшем подготовиться к зачетам, экзаменам и тестированию.

#### 9.5. Презентация

Презентация – это документ или комплект документов, предназначенный для

представления чего-либо (организации, проекта, продукта и т.п.). Цель презентации – донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации в удобной форме.

#### Стиль презентации

1. Вся презентация должна быть выдержана в едином стиле, на базе одного шаблона.
2. Стиль включает в себя:
  - 2.1. общую схему шаблона: способ размещения информационных блоков;
  - 2.2. общую цветовую схему дизайна слайда;
  - 2.3. цвет фона или фоновый рисунок, декоративный элемент небольшого размера и др.;
  - 2.4. параметры шрифтов (гарнитура, цвет, размер) и их оформления (эффекты), используемых для различных типов текстовой информации (заголовки, основной текст, выделенный текст, гиперссылки, списки, подписи);
  - 2.5. способы оформления иллюстраций, схем, диаграмм, таблиц и др.

#### Правила использования цвета.

Одним из основных компонентов дизайна учебной презентации является учет физиологических особенностей восприятия цветов человеком. К наиболее значимым из них относят:

1. стимулирующие (теплые) цвета способствуют возбуждению и действуют как раздражители (в порядке убывания интенсивности воздействия): красный, оранжевый, желтый;
2. дезинтегрирующие (холодные) цвета успокаивают, вызывают сонное состояние (в том же порядке): фиолетовый, синий, голубой, сине-зеленый; зеленый;
3. нейтральные цвета: светло-розовый, серо-голубой, желто-зеленый, коричневый;
4. сочетание двух цветов – цвета знака и цвета фона – существенно влияет на зрительный комфорт, причем некоторые пары цветов не только утомляют зрение, но и могут привести к стрессу (например, зеленые буквы на красном фоне);

#### Правила использования фона

1. Фон является элементом заднего (второго) плана, должен выделять, оттенять, подчеркивать информацию, находящуюся на слайде, но не заслонять ее.
2. Легкие пастельные тона лучше подходят для фона, чем белый цвет.
3. Для фона предпочтительны холодные тона.

#### Правила использования текстовой информации

*Не рекомендуется:*

1. перегружать слайд текстовой информацией;
2. использовать блоки сплошного текста;
3. в нумерованных и маркированных списках использовать уровень вложения глубже двух;
4. использовать переносы слов;

5. использовать наклонное и вертикальное расположение подписей и текстовых блоков;
6. текст слайда не должен повторять текст, который преподаватель произносит вслух (зрители прочитают его быстрее, чем расскажет преподаватель, и потеряют интерес к его словам).

*Рекомендуется:*

1. сжатость и краткость изложения, максимальная информативность текста: короткие тезисы, даты, имена, термины – главные моменты опорного конспекта;
2. использование коротких слов и предложений, минимум предлогов, наречий, прилагательных;
3. использование нумерованных и маркированных списков вместо сплошного текста;
4. использование табличного (матричного) формата предъявления материала, который позволяет представить материал в компактной форме и наглядно показать связи между различными понятиями;
5. выполнение общих правил оформления текста;
6. тщательное выравнивание текста, буквиц, маркеров списков;

#### Правила использования шрифтов

При выборе шрифтов для представления вербальной информации презентации следует учитывать следующие правила:

1. Не рекомендуется смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.
2. Учитывая, что гладкие (плакатные) шрифты, т. е. шрифты без засечек (типа Arial, Tahoma, Verdana и т.п.) легче читать с большого расстояния, чем шрифты с засечками (типа Times), то:
  - 2.1. для основного текста предпочтительно использовать плакатные шрифты;
  - 2.2. для заголовка можно использовать декоративный шрифт, если он хорошо читается и не контрастирует с основным шрифтом.
3. Текст должен быть читабельным (его должно быть легко прочитать с самого дальнего места).
4. Рекомендуемые размеры шрифтов:
  - 4.1. для заголовков – не менее 32 пунктов и не более 50, оптимально – 36 пункта;
  - 4.2. для основного текста – не менее 18 пунктов и не более 32, оптимально – 24 пункта.

#### Правила использования графической информации

Динамика взаимоотношений визуальных и вербальных элементов и их количество определяются функциональной направленностью учебного материала. Изображение информативнее, нагляднее, оно легче запоминается, чем текст. Поэтому, если можно заменить текст информативной иллюстрацией, то лучше это сделать.

При использовании графики в презентации следует выполнять следующие правила и рекомендации, обусловленные законами восприятия человеком зрительной информации:

#### Анимационные эффекты



1. Рекомендуется использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде. Однако не стоит чрезмерно насыщать презентацию такими эффектами, иначе это вызовет негативную реакцию аудитории.

2. Анимация должна быть сдержанна, хорошо продумана и допустима:

2.1. для демонстрации динамичных процессов;

2.2. для привлечения внимания слушателей, создания определенной атмосферы презентации.

3. Анимация текста должна быть удобной для восприятия: темп должен соответствовать технике чтения обучающихся.

4. Не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами, они не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде.

5. Анимация не должна быть слишком активной. Особенно нежелательны такие эффекты, как вылет, вращение, волна, побуквенное появление текста и т.д. В учебных презентациях для детей и подростков такие эффекты, как движущиеся строки по горизонтали и вертикали, запрещены нормативными документами.

Важнейшим свойством мультимедийного блока является скорость и качество его работы в составе презентации. С этой точки зрения наличие большого количества мультимедийных блоков в презентации нецелесообразно, так как может значительно замедлить ее работу.

Учет указанных особенностей конструирования и оформления презентации в значительной степени влияет на эффективность восприятия представленной в ней информации.

## **10. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

### **10.1. Примерный перечень вопросов к экзамену, зачету**

#### *Примерный перечень вопросов к зачету, экзамену*

##### **Часть I. Математический анализ функций одной переменной**

###### *Введение в анализ.*

1. Степенная функция (свойства, график).
2. Показательная функция (свойства, график).
3. Логарифмическая функция (свойства, график).
4. Основные тригонометрические функции на тригонометрическом круге (определения и свойства).
5. Четные и нечетные функции (определения, примеры).
6. Функция одной переменной (определение и способы задания функции).
7. Элементарные функции (определение).
8. Рациональная функция и ее график.

###### *Элементы теории пределов.*

1. Предел числовой последовательности (определение и свойства пределов).
2. Свойства сходящихся последовательностей.
3. Признак Вейерштрасса существования предела последовательности. Второй замечательный предел (без доказательства).
4. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
5. Предел функции (определение, свойства пределов).

6. Первый замечательный предел.
7. Определение функции, непрерывной в точке. Свойства функции, непрерывной на отрезке (без доказательства). Показать эти свойства на примере:  $y = x^3$ ,  $-2 \leq x \leq 1$ .
8. Теорема о непрерывности элементарных функций (формулировка, примеры).
9. Наклонные асимптоты графика функции одной независимой переменной.

#### *Дифференциальное исчисление.*

1. Производная функции. Теорема о связи существования производной функции в точке с непрерывностью функции в этой точке.
2. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
3. Производная сложной функции.
4. Производная обратной функции (пример: вывод формулы для производной функции  $y = \arcsin x$ ).
5. Теорема Лагранжа о конечных приращениях (формулировка и доказательство).
6. Формула Тейлора для функции с остаточным членом в форме Лагранжа (без доказательства).
7. Описание множества точек, подозрительных на экстремум функции одной независимой переменной.
8. Производная суммы, произведения и частного двух функций (с доказательством какой-либо одной из этих формул на выбор).
9. Формула Тейлора для функции одной переменной с остаточным членом в локальном виде.
10. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда.
11. Необходимое условие экстремума функции одной переменной. Классификация точек подозрительных на экстремум.
12. Достаточное условие экстремума функции в стационарной точке по смене знака производной этой функции в окрестности данной точки.
13. Достаточный признак экстремума функции в стационарной точке по знаку ненулевой производной минимального порядка, вычисленной в этой точке.
14. Правило Лопиталя (без доказательства). Теорема о сравнительной скорости роста степенной и логарифмической функций на бесконечности.
15. Правило Лопиталя (без доказательства). Теорема о сравнительной скорости роста степенной и показательной функций на бесконечности.
16. Точка перегиба на графике функции (определение и аналитический признак).

#### *Интегральное исчисление.*

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Геометрический смысл определенного интеграла. Вычисление площади фигуры, ограниченной эллипсом.
3. Объем тела, полученного вращением криволинейной трапеции вокруг оси  $Ox$ .
4. Замена переменной в определенном интеграле.

5. Объем тела, полученного вращением криволинейной трапеции вокруг оси  $Oy$ .  
 6. Теорема об интегрировании рациональных функций с помощью разложения на простейшие дроби (формулировка).

$$t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

7. Рационализирующая подстановка

8. Вычисление неопределенного интеграла вида  $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$ .

9. Вычисление неопределенного интеграла вида  $\int R(x, x^{\frac{r}{k}}, \dots, x^{\frac{m}{n}}) dx$ , где  $R$  – выражение, полученное при помощи четырех арифметических действий над указанными степенями  $x$ , показатели степеней – рациональные числа.

10. Вычисление неопределенного интеграла вида  $\int \frac{Ax + B}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$ .

11. Формула интегрирования по частям (пример: вычисление первообразной  $\int \sqrt{x^2 + 1} dx$ ).

12. Свойства неопределенных интегралов.

13. Замена переменной в неопределенном интеграле (пример: вычисление первообразной  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ).

14. Площадь криволинейной трапеции (определение и формула для вычисления площади).

15. Вычисление неопределенного интеграла  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$  (при помощи замены  $x = a \sin t$ ).

16. Замена переменной в неопределенном интеграле (пример: вычисление первообразной  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$  при помощи замены  $x = a \sin t$ ).

17. Вычисление неопределенного интеграла вида  $\int R(\sin x, \cos x) dx$ , где  $R$  – выражение от  $\sin x$  и  $\cos x$ , полученное с помощью четырех арифметических действий.

18. Формула интегрирования по частям (пример: вычисление первообразной  $\int \sqrt{1 - x^2} dx$ ).

19. Теорема:  $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$  для любой непрерывной на отрезке  $[a, b]$  функции  $f(x)$ .

**Примеры типовых задач к зачету, к экзамену**

Часть I. Математический анализ функций одной переменной

Найти пределы:

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^{2005}}{n+1}$  ; 2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3^{100}}{2n+100}$  ; 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n}$  ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x+1}{3x^2+7x+8}$  ;  
5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x-1}{3^x}$  ; 6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$  ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$  ; 8)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x-a} \right)^x$  .

Какое выражение больше при достаточно больших  $x$  :

а)  $2006x+2004$  или  $0.001x^2$  ? б)  $2^x$  или  $x^{2005}$  ?

Определить область существования следующих функций:

а)  $y = \frac{x^2}{1+x}$  ; б)  $y = \sqrt{3x-x^3}$  ; в)  $y = (x-2)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$  ; г)  $y = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} 3}{3-x}}$  ;  
д)  $y = \lg(x^2-4)$  ; д')  $y = \lg(x+2) + \lg(x-2)$  ; е)  $y = \sqrt{\sin(\sqrt{x})}$  ;  
ж)  $y = \lg\left(\sin \frac{\pi}{x}\right)$  ; з)  $y = \ln(\ln x)$  ; и)  $y = \arccos(2 \sin x)$  .

Определить области существования и множество значений следующих функций:

а)  $y = \sqrt{2+x-x^2}$  ; б)  $y = \lg(1-2 \cos x)$  ; в)  $y = \arccos \frac{2x}{1+x^2}$  ;  
г)  $y = \arcsin\left(\lg \frac{x}{10}\right)$  ; д)  $y = \sin^2 x - \sin x - 1$  .

Определить, какие из функций являются четными, а какие нечетными:

а)  $f(x) = 3x-x^3$  ; б)  $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$  ; в)  $f(x) = a^x + a^{-x}$ ,  $a > 0$  ;  
г)  $f(x) = \ln \frac{5-2x}{5+2x}$  ; д)  $\sqrt{x^{2/3}}$  ; е)  $\sqrt{x^2}$  ; ж)  $\ln\left(x^3 + \sqrt{1+x^6}\right)$  .

Найти производные функций

1)  $f(x) = \frac{1}{x} + 5x - 2$ ; 2)  $f(x) = x^3 + \sqrt{x}$ ; 3)  $f(x) = x^3(4 + 2x - x^2)$ ;  
 4)  $f(x) = \sqrt{x}(2x^2 - x)$ ; 5)  $f(x) = (2x - 3)(1 - x^3)$ ; 6)  $y = \frac{1 + 2x}{3 - 5x}$ ; 7)  $y = \frac{3 - 4x}{x^2}$ ;  
 8)  $y = \sqrt{9 - x^2}$ ; 9)  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 7x + 12}}$ ; 10)  $y = \sqrt{\cos x}$ ; 11)  $y = \operatorname{tg} 2x$ .

Найти максимумы и минимумы функций:

1)  $f(x) = (x + 2)^2(x - 1)^3$ ; 2)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2$ ;  
 3)  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 3}$ ; 4)  $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$ ; 5)  $f(x) = x^2 e^{-x}$ ; 6)  $f(x) = x e^{-x}$ ;  
 7)  $f(x) = x\sqrt[3]{x - 1}$ ; 8)  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ; 9)  $f(x) = \sqrt{x} \ln x$ ; 10)  $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$ .

Провести полное исследование функций и построить их графики:

а)  $y = x^3 - 3x$ ; б)  $y = \frac{3 - 2x}{(x - 2)^2}$ ; в)  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ ; г)  $y = \frac{2x^3 - 5x^2 + 14x - 6}{4x^2}$ .

Построить графики функций:

1)  $y = \sqrt[3]{x}$ ; 2)  $y = \sqrt[3]{x^2}$ ; 3)  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ ; 4)  $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}$ ;  
 5)  $y = \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1}$ ; 6)  $y = x\sqrt{1 - x}$ ; 7)  $y = x^3 e^{-x}$ ; 8)  $y = x^2 e^{1/x}$ ;  
 9)  $y = x e^{-1/x}$ ; 10)  $y = \ln x - x$ ; 11)  $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ; 12)  $y = \frac{x}{\ln x}$ ; 13)  $y = \ln \frac{x}{x - 1}$ .

Определить асимптоты графика функции

а)  $y = \frac{x^3}{x^2 + 2x - 3}$ ; б)  $y = \frac{2x^3 - 5x^2 + 14x - 6}{4x^2}$ .

Найти первообразные:

а)  $\int (3 - x^2)^3 dx$ ; б)  $\int \left(\frac{1 - x}{x}\right)^2 dx$ ; в)  $\int \frac{x + 1}{\sqrt{x}} dx$ ; а)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}$ ;

$$\text{б) } \int x^2 \sqrt[3]{1+x^3} dx; \text{ в) } \int x e^{-x^2} dx; \text{ г) } \int \frac{e^x dx}{2+e^x}.$$

Вычислить первообразные, применяя правило интегрирования по частям

$$\text{а) } \int \ln x dx; \text{ б) } \int \operatorname{arctg} x dx.$$

Применяя формулу интегрирования по частям, найти следующие определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx; \text{ б) } \int_0^{\pi} x \sin x dx; \text{ в) } \int_0^1 \arccos x dx.$$

Применяя подходящую замену переменной, найти следующие определенные интегралы

$$\text{а) } \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}; \text{ б) } \int_0^a x^2 \sqrt{a^2-x^2} dx; \text{ в) } \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1} dx.$$

Найти площади фигур, ограниченных линиями:

$$\text{а) } y=4-x^2, y=0; \text{ б) } y^2=2px, x=h; \text{ в) } y=\ln x, x=e, y=0;$$

$$\text{г) } y=x^2, x+y=2; \text{ д) } y=2^x, x=0, y=2;$$

$$\text{е) } y=x, y=\frac{1}{x^2}, y=0, x=3.$$

Определить объемы тел, образованных вращением вокруг оси  $Ox$  фигур, ограниченных линиями:

$$\text{а) } y^2 = 9x, y = 3x; \text{ б) } y = 4x - x^2, y = x; \text{ в) } y^2 = x, y = x^2;$$

$$\text{г) } y^2 - x^2 = 9, x - 2y + 6 = 0.$$

Определить объемы тел, образованных вращением вокруг оси  $Oy$  фигур, ограниченных линиями:

$$\text{а) } y^2 = 4 - x, x = 0; \text{ б) } y = e^x, x = 0, x = 1, y = 0; \text{ в) } y = x^3, y = 1, x = 0.$$

## *Примерный перечень вопросов к зачету, экзамену*

### **Ч.2. Математический анализ функций нескольких переменных**

#### *Дифференциальное исчисление.*

1. Определение открытого множества. Определение ограниченного множества. Примеры.
2. Определение замкнутого множества. Определение компакта. Может ли множество точек на плоскости быть одновременно открытым и замкнутым?
3. Определение области. Линии уровня функции. Направление наибольшего возрастания (убывания) функции в точке. Градиент.
4. Определение предела функции двух переменных.
5. Определение непрерывности функции. Свойства непрерывной функции, заданной на компактном множестве (показать на примере).
6. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных. Условие дифференцируемости функции в точке.
7. Связь между непрерывностью функции в точке и ее дифференцируемостью в этой точке.
8. Дифференциал функции. Правила вычисления дифференциалов 1-го и 2-го порядков.
9. Частные производные высшего порядка функции многих переменных. Теорема о равенстве смешанных частных производных 2-го порядка (формулировка).
10. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных. Дифференцирование функции одной переменной, заданной неявно.
11. Теорема о неявной функции.
12. Выписать формулу Тейлора для функции двух переменных с остаточным членом 2-го порядка в форме Лагранжа.
13. Определение производной по направлению. Формула для производной функции по заданному направлению. Градиент функции, свойства градиента и антиградиента.

#### *Экстремум функций нескольких переменных.*

1. Локальный экстремум функции. Необходимое условие безусловного экстремума дифференцируемой функции.
2. Описание множества точек функции  $z = f(x, y)$ , подозрительных на экстремум.
3. Матрица Гессе. Определение положительной (отрицательной) определенности матрицы. Критерий Сильвестра положительной (отрицательной) определенности матрицы.
4. Локальный экстремум функции. Достаточное условие экстремума функции многих переменных в критической точке при отсутствии ограничений.
5. Классическая задача математического программирования. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия локального условного экстремума функции нескольких переменных.
6. Классическая задача программирования. Метод множителей Лагранжа. Необходимые условия локального условного экстремума функции нескольких переменных.

*Обыкновенные дифференциальные уравнения.*

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$  (без доказательства).
2. Общее, частное и особое решения дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$ . Взаимное расположение интегральных кривых уравнения.
3. Нормальная форма дифференциального уравнения  $n$  – го порядка, разрешенного относительно старшей производной.
4. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Структура общего решения. Существуют ли особые решения линейного ОДУ?
5. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными (определение, метод интегрирования на примере  $xy' = tg y$  ).
6. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка. Сведение к уравнению с разделяющимися переменными.
7. Метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа) для поиска решения неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка (показать на примере  $xy' - y = 1/x$  ).
8. Линейное дифференциальное уравнение  $n$  – го порядка с непрерывными коэффициентами и непрерывной правой частью. Проверка условий теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для этого уравнения.
9. Определитель Вронского для системы функций, формула Лиувилля (без доказательства). Теорема о линейной независимости  $n$  решений линейного дифференциального уравнения  $n$  – го порядка.
10. Теорема о множестве решений однородного линейного дифференциального уравнения  $n$  – го порядка.
11. Однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение в случае существования простых корней характеристического уравнения.
12. Однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Его общее решение в случае существования кратных корней характеристического уравнения.
13. Однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение, когда характеристическое уравнение не имеет корней.
14. Структура частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $P_m(x) \cdot e^{\lambda x}$ , где  $P_m(x)$  – многочлен  $m$  – ой степени,  $\lambda$  – действительное число). Метод неопределенных коэффициентов.
15. Структура частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $P_m(x) \cdot \cos x$ , где  $P_m(x)$  – многочлен  $m$  – ой степени. Метод неопределенных коэффициентов.
16. Структура частного решения неоднородного линейного дифференциаль-



ного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $P_m(x) \cdot \sin x$ , где  $P_m(x)$  - многочлен  $m$ -ой степени. Метод неопределенных коэффициентов.

### **Примеры типовых задач в экзаменационных билетах**

#### **Часть 2. Математический анализ функций нескольких переменных**

1. Изобразить на плоскости множество точек, в которых определена функция

$$f(x, y) = \frac{\ln y}{x + y}.$$

Является ли это множество областью?

2. Найти графически точки максимума и минимума функции  $f(x, y) = x + y$ , заданной на кривой  $x^2 + y^2 = 4$ .

3. Вычислить производную функции  $u = x^2 - xy + y^2$  в направлении биссектрисы второго координатного угла.

4. Вычислить первый и второй дифференциалы функции

$$f(x, y) = xy + \sin(x^2 + y).$$

Выписать все ее частные производные 1-го и 2-го порядков.

5. Показать, что предел по совокупности переменных

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x - y}{x + y}$$

не существует.

6. Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy$ .

7. Найти экстремумы функции  $f(x, y) = xy$  при условии  $x^2 + xy + y^2 = 4$ .

8. Найти расстояние от точки  $P(1, 2)$  до параболы  $x = y^2$ .

9. Решить задачу Коши  $y(1) = 0$  для дифференциального уравнения  $y' = 2\sqrt{y}$ .

10. Записать общее решение уравнения

$$y' = \sqrt{x - y}$$

11. Найти особое решение дифференциального уравнения

$$y' = \sqrt[3]{y^2}$$

12. Проинтегрировать уравнение

$$y'' + 2y' + 4y = 0$$

13. Решить задачу Коши

$$y' - \frac{y}{x} = 1; \quad y(1) = 2$$

14. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + 4y' + 4y = \sin 2x$ .

15. Решить задачу Коши  $y(0) = 1, y'(0) = 0$  для дифференциального уравнения  $y'' - y' = x$ .

**Как готовиться к экзамену по Математическому анализу.**

1. Изучить конспект лекций.
2. Выучить наизусть все определения основных понятий Математического анализа.
3. Выучить все доказательства теорем, которые приводились на лекциях.
4. Перечень основных понятий, формулировки теорем.
5. Повторить решения домашних.

## 10.2 Оценивание обучающегося на зачёте.

### Требования к знаниям

Обучающийся, изучивший курс дисциплины «Математический анализ» должен:

**знать:**

- знать состав, структуру требуемых данных и информации, процессы их сбора, обработки и интерпретации; различные варианты решения задачи;
- знать базовые экономические решения в различных областях жизнедеятельности.

**уметь:**

- уметь анализировать задачи, выделяя их базовые составляющие; осуществлять декомпозицию задачи; находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи; грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности;
- уметь принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности.

**владеть:**

- владеть оценкой практических последствий возможных решений задачи;
- владеть способностью принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

## 11. Основная и дополнительная учебная литература

### 11.1. Основная литература

1. *Ильин, В. А.* Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учеб-

ник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 324 с.

2. *Ильин, В. А.* Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 315 с.

3. *Никитин, А. А.* Математический анализ. Углубленный курс : учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 460 с.

## **11.2. Дополнительная литература.**

1. *Аксенов, А. П.* Математический анализ в 4 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 282 с.

2. *Аксенов, А. П.* Математический анализ в 4 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 344 с.

3. *Аксенов, А. П.* Математический анализ в 4 ч. Часть 3 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 361 с.

4. *Аксенов, А. П.* Математический анализ в 4 ч. Часть 4 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 406 с.

5. *Баврин, И. И.* Математический анализ : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2019. – 327 с.

6. *Капкаева, Л. С.* Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 246 с.

7. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 206 с.

8. *Никитин, А. А.* Математический анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / А. А. Никитин. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 353 с.

9. *Плотникова, Е. Г.* Математический анализ для экономического бакалавриата : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 274 с.

10. *Потапов, А. П.* Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 256 с.

11. *Потапов, А. П.* Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 268 с.

12. *Рудык, Б. М.* Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для вузов / Б. М. Рудык, О. В. Татарников. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 356 с.

13. *Садовничая, И. В.* Математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной : учебное пособие для вузов / И. В. Садовничая, Т. Н. Фоменко ; под общей редакцией В. А. Ильина. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 115 с.

14. *Чебышёв, П. Л.* Математический анализ / П. Л. Чебышёв ; ответственный

редактор И. М. Виноградов ; составитель А. О. Гельфонд. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 393 с.

15. Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для вузов / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 245 с.

## **12. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для изучения дисциплины**

## **13. Информационные технологии, используемые для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

### **13.1. Информационные технологии**

Информационные технологии охватывают все ресурсы, необходимые для управления информацией, особенно компьютеры, программное обеспечение и сети, необходимые для создания, хранения, управления, передачи и поиска информации. Информационные технологии, используемые в учебном процессе: компьютерные сети, терминалы (компьютер, сотовые телефоны, телевизор), услуги (электронная почта, поисковые системы).

1. Реализация учебной дисциплины требует наличия компьютерного класса со следующим обеспечением:

2. Из расчёта 1 помещение на 1 (одну) группу из 15 человек обучаемых и 1 (один) преподаватель предоставляется помещение с 16-ю рабочими местами с компьютерами (Автоматизированные Рабочие Места, АРМ), объединёнными в локальную сеть (ЛВС).

3. Преподавателю предоставляется учётная запись с правами локального и сетевого администратора на всех АРМ.

4. Характеристики АРМ: ОС не ниже Windows XP SP3, IE 6.0; аппаратное обеспечение: не ниже Intel Pentium III 1000 МГц, 512 Мб RAM, 80 Гб HDD, SVGA (1024x768x32), 100 Мбит Ethernet Adapter.

5. Характеристики сети: 100 Мбит Fast Ethernet, наличие доступа в Интернет.

6. Проектор с возможностью подключение к разъему D-Sub и, желательно, DVI или возможность подключения Flash-накопителя.

7. Проекционный экран с белым проекционным полотном без крупных физических дефектов.

8. ЛВС должна иметь высокоскоростное подключение к сети Internet.

### **13.2. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)**

Для повышения качества подготовки и оценки полученных знаний часть семинарских занятий планируется проводить в компьютерном классе с использованием компонентов Microsoft Office 2010: Word, Excel, Access, PowerPoint, Visio.

### **13.3. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Для организации самостоятельной подготовки обучающихся по дисциплине, им требуется обеспечить доступ к следующим электронным справочным ресурсам:

**1. Библиотека:** Электронная библиотечная система издательства «ЮРАЙТ».

#### 14. Материально-техническое обеспечение дисциплины

При реализации образовательной программы по направлению подготовки **38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и кредит»** необходимо использовать следующие компоненты материально-технической базы Института для изучения дисциплины «**Математический анализ**»:

1. Аудиторный фонд.
2. Материально-технический фонд.
3. Библиотечный фонд.

Аудиторный фонд Института предлагает обустроенные аудитории для проведения лекционных занятий, практических занятий. Они оснащены столами, стульями, досками, техническим оборудованием.

Материально-технический фонд Института располагает проведением лекционных и практических занятий.

Проведение лекций обеспечено наличием мультимедийного проектора, ноутбука, экрана для демонстраций, мультимедийных презентаций, разработанных в программе Power Point.

Материально-техническое обеспечение практических / семинарских занятий отображено в таблице.

#### Очная, очно-заочная, заочная форма обучения:

№ п/п	Наименование темы практического /семинарского занятия лабораторной работы/практического занятия	Оборудование
1.	Тема 1. Теория пределов. Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Аудитория для семинарских занятий или читальный зал библиотеки, оборудованные учебной мебелью, компьютерами, имеющими выход в Интернет и необходимый комплект программного обеспечения, а также видеопроекционное оборудование для презентаций.
2.	Тема 3. Формула Тейлора. Тема 4. Экстремумы функции от одной переменной.	
3.	Тема 5. Исследование функций и построение графиков. Тема 6. Первообразная и неопределенный интеграл.	
4.	Тема 7. Интегрирование рациональных функций. Тема 8. Интегрирование некоторых выражений, содержащих радикалы и тригонометрические функции. Тема 9. Определенный интеграл.	
5.	Тема 10. Функции многих переменных. Теория пределов. Тема 11. Частные производные первого порядка.	
6.	Тема 12. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции от двух переменных.	
7.	Тема 13. Безусловный экстремум функции.	
8.	Тема 14. Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) n-го порядка.	
9.	Тема 15. Линейное однородное ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	

Библиотечный фонд Института обеспечивает доступ каждого обучающегося к базам данных, формируемым по полному перечню дисциплин. Во время самостоятельной подготовки обучающиеся обеспечены доступом к сети Интернет.

Каждый обучающийся обеспечен не менее чем одним учебным электронным изданием по дисциплине «Математический анализ».

Библиотечный фонд укомплектован печатными и/или электронными изданиями основной и дополнительной учебной литературы, изданными за последние 5 лет.